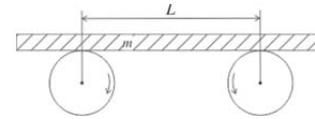


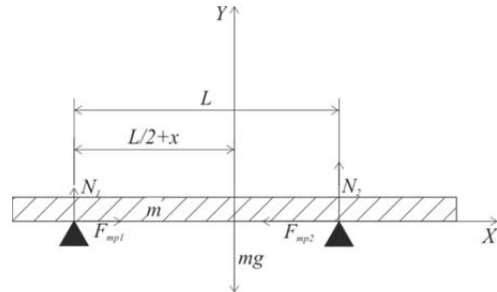
## Разбор задачи №5 с семинара, 29.09.2012

Доска массы  $m$  лежит на двух катках, вращающихся с большой скоростью навстречу друг другу. Расстояние между осями катков  $L$ , коэффициент трения при скольжении доски по катку  $\mu$ . Найдите частоту продольных колебаний доски. (Савченко 3.2.14)



*Решение.*

Прежде всего, давайте разберёмся, что происходит с нашей доской. Т.к. катки вращаются с большой скоростью, между ними и доской возникают силы сухого трения скольжения  $F_{mp} = \mu N$ , направленные к центру доски. Если доска лежит строго симметрично, эти силы одинаковы и уравновешивают друг друга.



Если доску сдвинуть на небольшое расстояние  $x$ , то сила реакции опоры с одной стороны увеличивается, а с другой – уменьшается. В итоге возникает суммарная сила, направленная против сдвига.

Силы реакции опоры мы можем найти из двух условий: доска не движется по оси  $Y$  (т.е. сумма сил по вертикали равна нулю) и доска не вращается (т.е. сумма моментов сил относительно произвольной точки равна нулю). Запишем и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} N_1 + N_2 - mg = 0 \\ N_2 \cdot L - mg \cdot (L/2 + x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = mg - N_2 \\ N_2 = mg \frac{L/2 + x}{L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = mg \frac{L/2 - x}{L} \\ N_2 = mg \frac{L/2 + x}{L} \end{cases}$$

Теперь мы можем записать вид возвращающей силы:

$$F = F_{mp1} - F_{mp2} = \mu N_1 - \mu N_2 = \mu mg \frac{(L/2 - x) - (L/2 + x)}{L},$$

$$F = -\frac{2\mu mg}{L} \cdot x.$$

Мы видим, что возвращающая сила имеет вид:  $F = -kx$ , где  $k = \frac{2\mu mg}{L}$ . Мы знаем, что в случае, если возвращающая сила линейно зависит от смещения, в системе возникают гармонические колебания с частотой  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Подставляя сюда найденное значение

$$k, \text{ получаем ответ задачи: } \omega = \sqrt{\frac{2\mu g}{L}}. \quad \blacksquare$$