

Урок №7 (6.10.2012)

Электромагнитные колебания. Механический эквивалент электрических сетей. Колебательный контур.

0. Небольшое повторение

Рассмотрим последовательную RCL -цепочку, подключённую к генератору переменного тока. Вспомним некоторые основы теории электрических цепей.

- Т.к. цепь без разветвлений, ток в любой точке цепи один и тот же в любой момент времени.
- Ток – это заряд, протекающий через данную точку схемы за единицу времени, другими словами это скорость протекания заряда: $I = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$.
- Сумма падений напряжений на сопротивлении (U_R), ёмкости (U_C) и индуктивности (U_L) в любой момент времени равна разности потенциалов на источнике.
- Падение напряжения на сопротивлении определяется законом Ома: $U_R = IR$.
- Напряжение на конденсаторе по определению равно $U_C = q/C$.
- На катушке в случае изменяющегося тока возникает *противо-ЭДС*, равная $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2} = -L\ddot{q}$.

1. Колебательный контур

Простейший колебательный контур состоит из соединённых между собой катушки индуктивности и конденсатора.

$U_L + U_C = 0$. ЭДС на катушке в любой момент равно по модулю и противоположно по направлению ЭДС самоиндукции (т.к. сопротивление катушки равно нулю), поэтому $U_L = -\varepsilon = L \frac{dI}{dt}$. Сводя все воедино, получим уравнение:

$$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0.$$

Пусть $\omega_0^2 = 1/LC$, тогда уравнение переписывается в виде

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решение этого уравнения нам известно:

$q(t) = Q \sin(\omega_0 t + \alpha)$, где $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$, а Q и α определяются из начальных условий.

В колебательном контуре происходит перекачка энергии магнитного поля в энергию электрического поля и наоборот.

2. Затухающие электромагнитные колебания

Если между катушкой и конденсатором вставить сопротивление, характеризующее тепловые потери в колебательном контуре, получим уравнение:

$U_L + U_C + U_R = 0$, а учитывая, что $U_R = IR = \dot{q}R$, получим

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C = 0.$$

Обозначая $\omega_0^2 = 1/LC$, $2\gamma = R/L$, получим уравнение затухающих колебаний:

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решением его, как известно, является функция $q(t) = Q_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \alpha)$, где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$.

Число $\tau = 1/\gamma = 2L/R$ называется *временем жизни колебаний*, а число $\eta = \pi \cdot \tau/T$ – *добротностью контура*.

Добротность контура пропорциональна количеству периодов за время жизни колебаний.

3. Механический эквивалент электрических сетей.

В механике и в теории электрических сетей переменного тока встречается подозрительно много «похожих формул». Например:

Механика	Электричество
Координата x	Заряд q
Масса m	Индуктивность L
Жёсткость пружины k	Ёмкость ⁻¹ $1/C$
Коэф. вязкого трения β	Сопротивление R
Скорость v	Ток I