Урок №13 (12.11.2012)
Плоские и сферические волны. Когерентность. Стоячие волны.

1. *Энергия, переносимая волнами*

Разберёмся, какую энергию переносит механическая волна. В синусоидальной волне частицы среды совершают гармонические колебания и обладают энергией $E = \frac{kA^2}{2}$, где A – амплитуда колебаний. Т.к. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, то $k = 4\pi^2 mf^2$, или $E = 2\pi^2 mf^2 A^2$.

Учтём, что $m = \rho V$, а $V = Sl$. При этом, полагая скорость волны v, запишем: $l = vt$. В этом случае масса колеблющейся частицы равна $m = \rho Svt$, и энергия колеблющегося вещества равна $E = 2\pi^2 \rho Svtf^2 A^2$. Это средняя энергия, переносимая волной через границу, за которой волны ещё не было, за время t. Сразу заметим:

- Энергия, переносимая волной, пропорциональна квадрату амплитуды.
- Та же энергия пропорциональна квадрату частоты волны.

Энергия, переносимая за единицу времени это средняя мощность: $\overline{P} = 2\pi^2 \rho Svf^2 A^2$. Наконец, *интенсивностью* волны называется мощность, переносимая через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению потока энергии:

$$I = \frac{\overline{P}}{S} = 2\pi^2 \rho vf^2 A^2.$$

2. *Сферическая волна.*

Модель сферической волны: бесконечная кубическая решётка, в узлах расположены частицы, рёбра – пружинки; одна из частиц сдвигается из положения равновесия…

У сферической волны (фактически, у любой волны от точечного источника) площадь распространения – это площадь сферы $4\pi r^2$, пропорциональна квадрату расстояния до источника. Из закона сохранения энергии следует, что $A^2 S = const$, откуда получим: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$, т.е. закон затухания сферической волны.

Очевидно, что для интенсивности волны справедливо отношение: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$.

Полученный закон справедлив для самых разных волн: звуковых, ударных, световых, сейсмических и т.д.

В идеальной одномерной волне интенсивность и амплитуда не уменьшаются.

3. *Принцип суперпозиции.*

При прохождении нескольких волн через одну точку пространства, смещение в этой точке равно сумме (или векторной сумме) смещений от отдельных волн. Этот принцип носит название *принцип суперпозиции*. В данном случае мы говорим о мгновенном смещении.

Когерентными называют две волны, разность фаз в которых остаётся постоянной во времени для любой точки пространства, через которую проходят эти волны.

Если две волны имеют постоянный сдвиг фаз в разных точках, т.е. *когерентны*, то при их сложении наблюдается *интерференция*. Соответственно в разных точках пространства волны могут как гасить друг друга (гасящая интерференция), так и усиливать друг друга (усиливающая интерференция).

В случае бегущей волны при интерференции уменьшается амплитуда волны в данной точке; в разные моменты времени, при этом, отклонение различно!

При интерференции не обязательно, чтобы волны были «одинаковыми». Например, представим себе две плоские волны, распространяющиеся по воде в разных направлениях – в этом случае длина волн может быть различна, но если правильно подобрать направления распространения волн, то может возникнуть интерференционная картина.

4. Отражение волны

Рассмотрим распространение волны вдоль верёвки, лежащей на абсолютно гладком столе. Заставим один конец верёвки совершать поперечные колебания. Можно мысленно проследить за распространением волны вдоль верёвки с течением времени.

Представим теперь себе, что верёвка не бесконечна. Тогда возможны два случая: её конец закреплён, или остаётся свободным. И в том, и в другом случае происходит *отражение волны*.

При отражении волны от *закреплённого края*, фаза волны меняется на π, при отражении от *свободного края* – не меняется.

5. Стоячие волны

Рассмотрим две волны с одинаковой амплитудой и частотой, распространяющиеся навстречу друг другу:

$D_1 = D_M \sin(kx - \omega t)$, $D_2 = D_M \sin(kx + \omega t)$. Согласно принципу суперпозиции сумма двух волн будет $D = D_1 + D_2 = D_M\left[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)\right]$.

$$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\sin\left[\tfrac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)\right] \times \cos\left[\tfrac{1}{2}(\theta_2 - \theta_1)\right]$$

В итоге получаем, $\boxed{D = 2D_M \sin kx \cdot \cos\omega t}$.

Заметим, что $D\big|_{x=0} = D\big|_{x=L} = 0$ – струна закреплена, что выполняется при $kL = n\pi$. Вспомним, что $k = 2\pi/\lambda$, откуда $\lambda_n = 2L/n$.

Обратим внимание, что частицы колеблются с амплитудами $2D_M \sin kx$, т.е. в разных точках стоячей волны амплитуды разные. В точках с $x = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4...$ амплитуда стоячей волны имеет максимум.

Энергия в стоячей волне не переносится.

- Механизм возникновения стоячей волны.
- Узлы и пучности.
- Собственная (резонансная) частота.
- Гармоники (моды) и основной тон. $L = n\lambda_n/2$, где L – фиксированная длина струны, а λ_n – длина волны моды.