Урок №14 (17.11.2012)
Отражение и преломление волн. Принцип Гюйгенса. Эффект Доплера.

1. Отражение одномерной продольной волны от края.

Во-первых сразу заметим, что идеальная волна, описываемая уравнением $D(x,t) = D_M \sin(kx - \omega t)$, по определению бесконечна, т.е. распространяется в бесконечной упругой среде.

Однако если среда конечна, или иными словами имеет границу, за которой плотность её меняется, то волна на этой границе претерпевает целый ряд изменений: в общем случае часть волны *преломляется*, часть *отражается*, а часть *поглощается*. Про преломление и поглощение волн поговорим позже, а пока рассмотрим отражение.

Рассматривая простейшую модель одномерной волны – шарики, связанные пружинками, можно понять, что если последний шарик не закреплён (т.е. у нас так называемый случай свободного конца упругой среды), то при отражении фаза волны не меняется. Крайний шарик совершает полное колебание, возвращается назад и передаёт колебание назад по упругой среде.

Если же крайний шарик имеет ограничение в движении (например упруго отражается от стенки), то происходит «сбой» в фазе колебания и назад передается волна, на пол периода опережающая падающую.

2. Волновая поверхность.

Все точки среды, лежащие на *волновой поверхности*, имеют в данный момент одну и ту же фазу. Частным случаем волновой поверхности является *фронт волны*.

Семейство волновых поверхностей даёт наглядную картину распространения монохроматических волн в упругой среде.

Для того, чтобы получить уравнение волновой поверхности, надо приравнять фазу в уравнении волны постоянной величине. Например, для плоской волны:

$$D(t,x) = D_M \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right),$$

уравнение волновой поверхности получится таким:

$$\omega \left(t - \frac{x}{u} \right) = C,$$

откуда

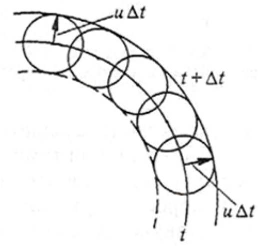
$$x = ut + C_1.$$

3. Принцип Гюйгенса.

Принцип Гюйгенса позволяет находить волновую поверхность в некоторый момент времени, если известно её положение в предшествующий момент времени.

Для этого каждую точку волновой поверхности в некоторый момент времени t надо рассматривать как точечный источник *вторичных волн*.

Волновая поверхность каждой вторичной волны спустя время Δt представляет собой окружность (или сферу) радиуса $u\Delta t$.

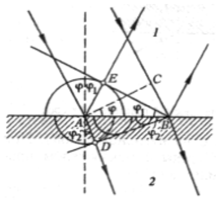


Искомая волновая поверхность в момент времени $t+\Delta t$ представляет собой огибающую всех этих сфер.

Более подробно принцип Гюйгенса-Френеля мы рассмотрим в волновой оптике, а пока просто заметим, что из этого принципа следует, что плоская волна остаётся плоской, а сферическая – сферической ☺.

4. *Отражение и преломление плоской волны.*

Законы отражения и преломления плоской волны легко получаются из принципа Гюйгенса.



Отражение волн.

Пусть плоская волна распространяется в упругой среде *1* и падает под углом φ на более плотную среду *2* (термин «более плотная» в данном случае означает лишь, что скорость распространения волны во второй среде отличается от скорости в первой среде).

Пусть в начальный момент времени фронт AC (см. рис.) коснулся границы сред в точке A. Пусть через некоторое время t фронт волны достиг точки B на границе сред. Очевидно, что $|CB| = v \cdot t$, где v – скорость распространения волны в среде *1*.

За время t от точки A в соответствии с принципом Гюйгенса успела распространиться сферическая волна, радиусом $|AE| = v \cdot t$. Таким образом, опять же согласно принципу Гюйгенса, фронт волны в момент времени t есть огибающая всех фронтов волн вторичных источников, в т.ч. источников, расположенных в точках A и B на рисунке. При этом фронт волны остаётся при отражении плоским, так как среда однородна, а в однородной среде плоская волна остаётся плоской (примем без доказательства, хотя доказать очень просто).

Итак, фронт новой волны должен быть прямой, проходящей через точку B (в ней в этот момент появился вторичный источник) и касающейся сферы радиуса $v \cdot t$ с центром в точке A. На рисунке это прямая BE. Так как $|AE| = |BC|$, прямоугольные треугольники AEB и ACB равны. Следовательно, углы φ и φ_1 – равны. Из чего следует, что угол падения волны φ равен углу отражения φ_1.

Преломление волн.

Пусть плоская волна распространяется в среде *1* со скоростью v, а в среде *2* – со скоростью u. Пусть при этом волна подходит к границе сред под углом φ (см. рис.). Пусть также в начальный момент времени волна коснулась границы сред в точке A.

Посмотрим, что мы увидим через некоторое время t. Пусть в этот момент времени наша волна касается границы в точке B. При этом от точки A за это время (в соответствии с принципом Гюйгенса ставшей источником новой сферической волны) в среде *2* волна распространится до границ сферы, радиусом $|AD| = u \cdot t$.

Проводя рассуждения, аналогичные случаю с отражением, мы можем сказать, что фронт волны в этот момент времени будет прямой AD.

Рассмотрим прямоугольные треугольники ACB и ADB. У них равная гипотенуза, а малые катеты соответственно равны $|BC| = v \cdot t$ и $|AD| = u \cdot t$. Заметим, что $\sin\varphi = \dfrac{|BC|}{|AB|}$, а $\sin\varphi_2 = \dfrac{|AD|}{|AB|}$. Тогда $\dfrac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi} = \dfrac{|AD|}{|BC|} = \dfrac{u}{v}$.

Итак, мы получили закон преломления:

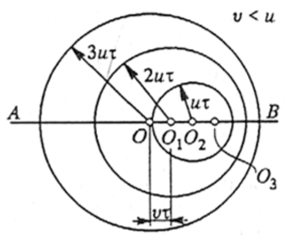
$$\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi} = \frac{u}{v}.$$

5. *Волна от движущегося источника.*

Принцип Гюйгенса позволяет объяснить довольно много интересных эффектов, возникающих, если источник волн движется. Рассмотрим следующие случаи: источник движется медленнее скорости волны в данной среде, быстрее и, наконец, источник движется со скоростью распространения волны.

Рассмотрим наиболее частый случай: движение излучателя звука в воздухе.

Эффект Доплера.



Если источник движется со скоростью меньше звуковой, то картина волновых поверхностей выглядит так, как показано на рисунке. Если считать промежуток времени τ равным периоду колебаний $T = 2\pi/\omega$, то сферы можно рассматривать как последовательные гребни волн, а расстояние между ними – как длину волны, излучаемой в соответствующем направлении.

Длина волны $\lambda = uT$ уменьшается перед источником на величину vT, а за ним – увеличивается. В итоге для длины волны λ' перед источником получим:

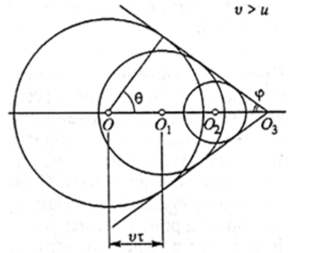
$$\lambda' = \lambda - vT = (u - v)T = \frac{u - v}{v}\lambda .$$

Для частоты справедливо обратное отношение (естественно):

$$f' = \frac{v}{u - v} f .$$

В принципе полученное отношение универсально и справедливо для всех случаев: когда источник удаляется, то скорость v становится отрицательной; когда источник движется быстрее звука формула тоже верна, только в этом случае волны приходят в обратном порядке, т.е. f' становится отрицательной.

Конус Маха.

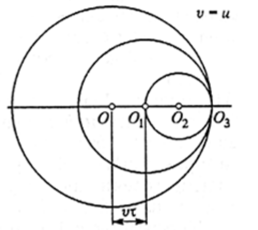


Если источник движется быстрее звука, то огибающая фронтов являет собой конус, в центре которого находится источник, с углом при вершине 2φ, где

$$\sin\varphi = \frac{u}{v}.$$

Такой фронт волны получил название *конус Маха.*

Звуковой барьер.



Если источник звука движется точно со звуковой скоростью, то картина волновых поверхностей представляет собой набор окружностей, как показано на рисунке, соединяющихся в точке O_3, где как раз в этот момент находится источник звука. Т.е. в точке нахождения источника звука складываются все фронты излученных ранее волн. Если каждый фронт представить себе как некоторое уплотнение воздуха, то в сумме может получиться стена весьма плотного воздуха!