

## Урок №3 (28.01.2013)

### Дифракция Фраунгофера. Влияние дифракции на опыт Юнга.

#### 1. Дифракционная решётка (повторение)

Главные максимумы расположены, как и в опыте Юнга:

$$\sin \theta_{\max} = \frac{\lambda}{d} n,$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$  – порядок главного максимума.

Минимумы расположены под углами:

$$\sin \theta_{\min} = \frac{1}{N} \frac{\lambda}{d} m,$$

где  $m = n \cdot N + 1, n \cdot N + 2, \dots, n \cdot N + N - 1$ .

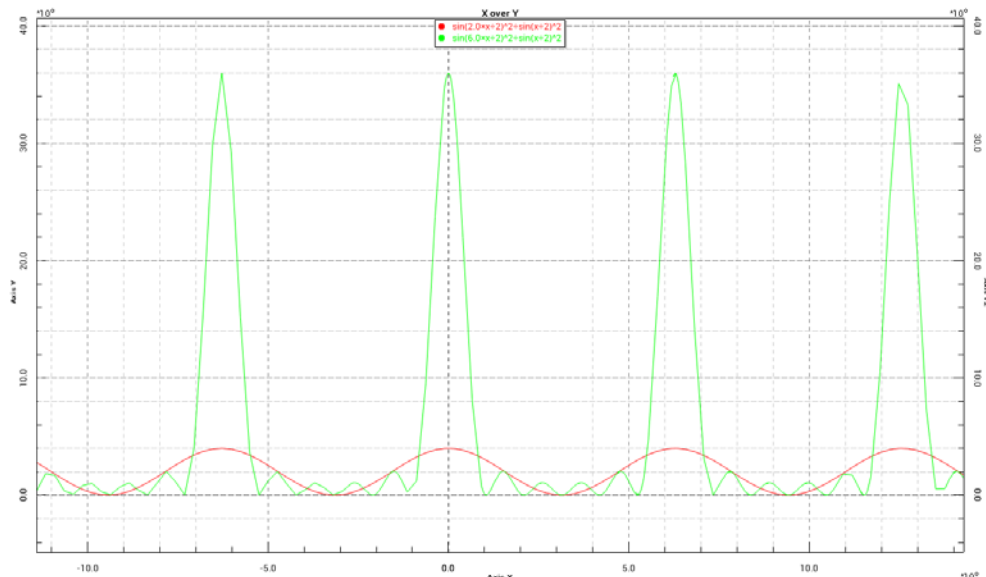
Между минимумами лежат дополнительные малые максимумы.

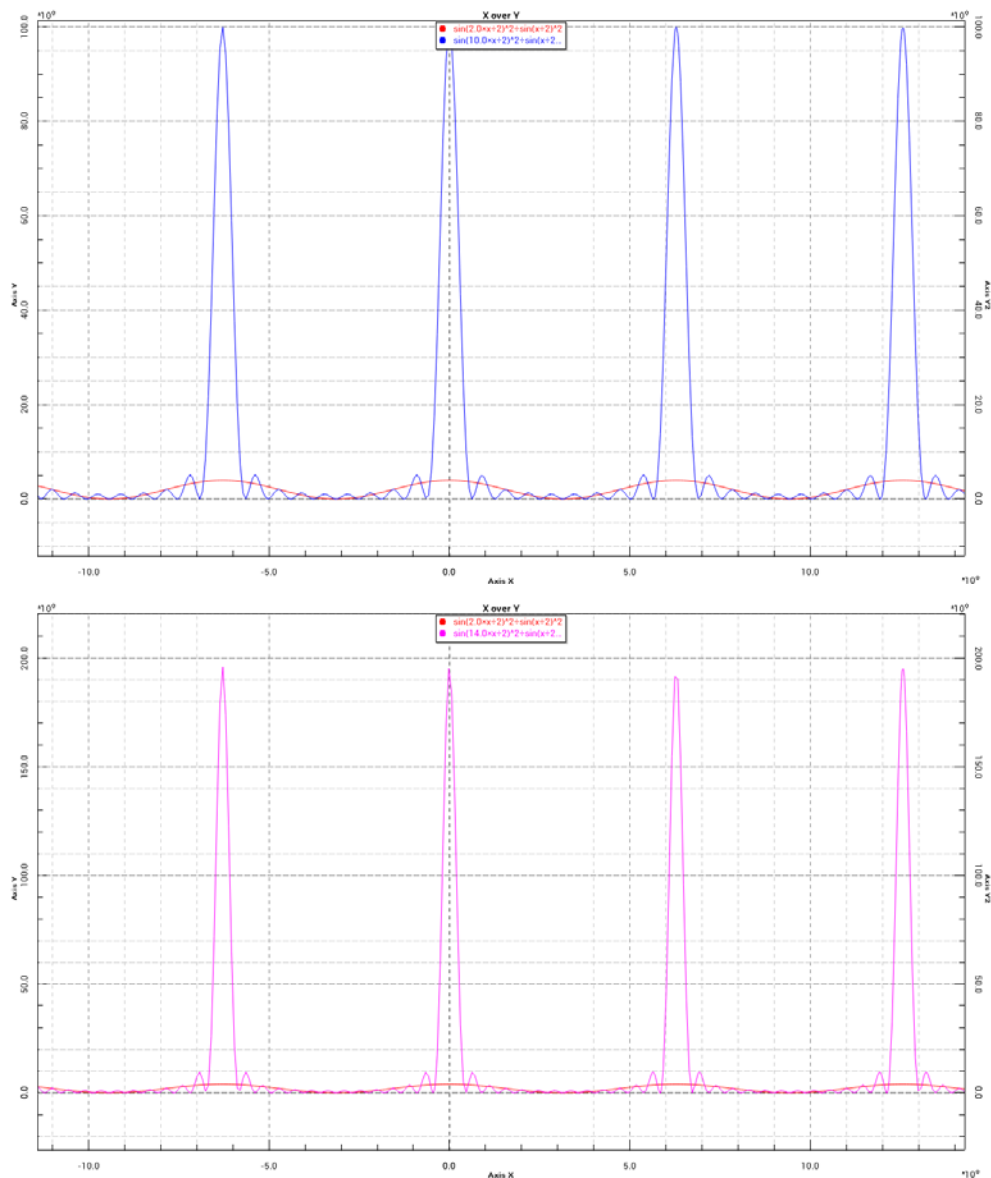
Отношения интенсивностей:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)},$$

где  $I_0$  – интенсивность от одной щели,  $\varphi = kd \sin \theta = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta$ .

Ниже показана функция  $y(\varphi) = \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}$  при  $N = 6, 10, 14$ , для сравнения также показана та же функция, при  $N = 2$  (красным цветом).





## 2. Дифракция Фраунгофера (продолжение).

Сразу разберёмся, что такое интерференция, а что такое дифракция.

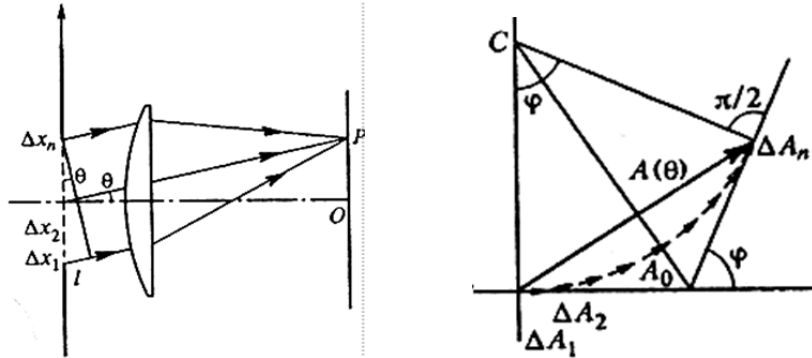
Интерференцией называют эффект сложения двух или нескольких когерентных волн, в результате чего получается интерференционная картина: хорошо различимые максимумы, возникшие при сложении амплитуд.

Дифракцией называют эффект сложения волн от вторичных источников, возникающих по принципу Гюйгенса. Т.е. это эффект, возникающий из-за того, что источник (или щель, или отверстие) имеют ненулевой размер – в результате чего в этом отверстии появляется некоторое количество вторичных источников, волны от которых складываются и образуют дифракционную картину: обычно очень слабый эффект на краю изображения или тени.

Дифракция, строго говоря, есть всегда и везде. Однако обычно она компенсируется светом других источников, при этом посчитать её очень сложно. Есть два случая, которые были рассмотрены Фраунгофером и Френелем, – первый рассмотрел случай дифракции на большом расстоянии от отверстия, а Френель – на малом.

Основные идеи Фраунгофера:

- Возьмём тонкую щель – больше освещённость и легче наблюдать. В качестве источника света берём светящуюся нить.
- Соберём параллельные лучи линзой – теперь оптическая разность хода разных лучей зависит только от угла, под которым щель видна от данной точки экрана (нет дополнительной разности хода от разных частей щели – основного эффекта в дифракции Френеля).



Сложение колебаний от разных областей щели можно проводить с помощью фазовой диаграммы.

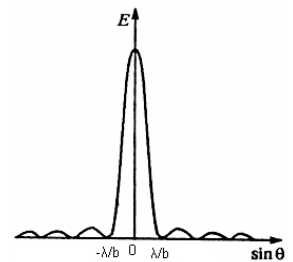
Заметим, во-первых, что угол  $\varphi$  легко считается из пропорции:  $\varphi = 2\pi$  при  $l = \lambda$ . Поэтому  $\varphi = 2\pi \frac{l}{\lambda} = 2\pi \frac{b \sin \theta}{\lambda}$ , где  $b$  – ширина щели.

Во-вторых, длина дуги равна амплитуде колебаний  $A_0$  в центре экрана (алгебраическая сумма длин всех векторов).

В итоге, для амплитуды в точке экрана  $P$ , из которой щель видна под углом  $\theta$ , имеем:  $A(\theta) = 2R \sin \frac{\varphi}{2} = 2 \frac{A_0}{\varphi} \sin \frac{\varphi}{2}$ , или  $A(\theta) = A_0 \frac{\sin(\varphi/2)}{\varphi/2}$ .

Интенсивность  $I(\theta)$  в точке  $P$  пропорциональна квадрату амплитуды:

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2(\varphi/2)}{(\varphi/2)^2}, \text{ где } \varphi = 2\pi \frac{b \sin \theta}{\lambda}.$$

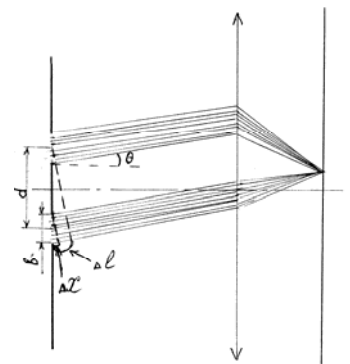


### 3. Дифракция в опыте Юнга и дифракционной решётке

Из рисунка видно, что все эффекты определяются разностью хода лучей: для одной щели ширины  $b$  разность хода составляет  $\Delta x = b \cdot \sin \theta$ . Соответственно, разность

фаз для крайних лучей, равна  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta$ . Для двух «усреднённых» щелей, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга, разность хода составляет  $\Delta l = d \cdot \sin \theta$ , а разность фаз –  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$ .

В опыте Юнга бесконечно узкие щели располагались на расстоянии  $d$  друг от друга. При этом интенсивность в



любой точке экрана давалась формулой  $I = I_1 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$ , где  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$ , а  $I_1$  – это интенсивность, создаваемая на экране одной щелью.

С другой стороны, если щель не бесконечно узкая, дифракция Фраунгофера на щели, шириной  $b$  создаёт на экране под углом  $\theta$  интенсивность  $I = I_0 \left( \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2$ , где

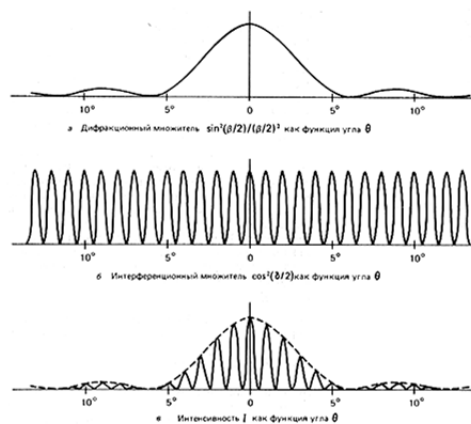
$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta$ , а  $I_0$  – интенсивность в центре экрана. Фактически, интенсивность  $I = I_0 \left( \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2$  – это то, что в опыте Юнга ( $I = I_1 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$ ) обозначено за  $I_1$ .

Попробуем объединить эти два эффекта. Т.к. в дифракции Фраунгофера экран находится бесконечно далеко от щелей, то дифракционная составляющая от обеих щелей будет одинакова (точнее сдвинута на расстояние между щелями  $d$ , что много меньше характерных линейных размеров картинке на экране). Т.е. у нас, фактически, два эффекта «наложатся» друг на друга.

В итоге мы получим для интенсивности выражение:

$I_\theta = I_0 \left( \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \right)^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$ . Иногда, первый множитель называют *дифракционным*, а второй *интерференционным*.

Картинка, которая получится на экране при соотношении  $d = 6b$ ,  $b = 10\lambda$ :



Совершенно аналогично дифракция влияет на картину, получаемую от дифракционной решётки: у нас перемножаются интерференционный эффект от  $N$  щелей, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга, и дифракционный, учитывающий размер  $b$  каждой щели.

*Задача.*

Посчитать, какое количество интерференционных пиков будет находиться в центральном дифракционном максимуме?

*Решение.*

Первый минимум дифракционной картины соответствует условию  $\sin \theta = \lambda/b$ . Т.к.  $d = 6b$ , то  $d \sin \theta = 6\lambda$ . Интерференционные максимумы отвечают условию:  $d \sin \theta = m\lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , т.е. у нас  $m = 6$ , и этот пик не возникнет. Между

этим значениями будут пики с  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 5$ . В результате у нас получится 11 пиков.