

**16 ноября**  
**Комплексные числа - 1**

1. Доказать, что если для какого-нибудь определенного элемента  $a$  группы  $G$  найден элемент  $1_a$ , такой, что  $1_a \cdot a = a$ , то непременно  $1_a = 1$ .
2. Доказать, что если для какого-нибудь определенного элемента  $a$  группы  $G$  найден элемент  $a'$ , такой, что  $a' \cdot a = 1$ , то непременно  $a' = a^{-1}$ .
3. Решить в комплексных числах уравнения:
  - (a)  $z^2 + 2z + 5 = 0$
  - (b)  $z^3 + 5z^2 + 17z + 13 = 0$
4. Доказать для произвольных комплексных чисел  $z, w$  и  $t$  следующие тождества:
  - (a)  $z + w = w + z, z \cdot w = w \cdot z$ ;
  - (b)  $(z + w) + t = z + (w + t), (z \cdot w) \cdot t = z \cdot (w \cdot t)$ ;
  - (c)  $z + 0 = 0 + z = z, 1 \cdot z = z \cdot 1 = z$ ;
  - (d)  $z \cdot (w + t) = z \cdot w + z \cdot t$ .

**23 ноября.**  
**Сопряженные комплексные числа.**

1. Вычислить:

(a)  $(1 + i)^3$

(b)  $(1 - i)^4$

(c)  $(1 + 4i)(1 + i)(1 - 4i)$

(d)  $(1 + i)^3(\sqrt{3} + i)(-1 + i)(-1 - i\sqrt{3})(7 - 7i)$

(e)  $(1 - i)^4(\sqrt{3} - i)(1 + i)(-1 + i\sqrt{3})(-9 - 9i)$

2. Доказать, что если сумма и произведение двух комплексных чисел - действительные, то эти числа являются сопряженными.

3. Найдите комплексное число, равное квадрату сопряженного с ним числа.

4. При каких действительных  $x$  и  $y$  числа  $5 - ixy$  и  $x + y + 4i$  будут сопряженными? А если  $x$  и  $y$  будут комплексными?

5. Для всех пунктов первой задачи найти обратные по умножению.

6. Вычислить, найти сопряженные и обратные по умножению к следующим числам:

(a)  $\frac{1}{i}$

(b)  $\frac{1+2i}{1-3i}$

(c)  $\frac{4-5i}{3-4i}$

(d)  $\frac{1-3i}{1+4i}$

30 ноября

Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.  
Корни.

1. Представить в тригонометрической и показательной формах

(a)  $1 + i$

(b)  $1 - \sqrt{3}i$

(c)  $-5 + 10i$

2. Представить в стандартной форме  $a + bi$

(a)  $e^{1+2i}$

(b)  $e^{-i}$

3. Вычислить (все ответы представить в стандартной форме  $a + bi$ )

(a)  $(1 + i)^5$

(b)  $(1 - i)^{17}$

(c)  $(1 + \sqrt{3}i)^n$

4. Найти все корни (ответы представить в стандартной, тригонометрической и показательной формах)

(a)  $\sqrt[4]{1}$

(b)  $\sqrt[2]{1 + \sqrt{3}i}$

(c)  $\sqrt[3]{8}$

(d)  $\sqrt[6]{-1}$

(e)  $\sqrt[3]{-8i}$

5. Доказать, что комплексные корни  $n$ -й степени из 1 образуют группу по умножению.